

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)
**«Институт реализации государственной политики и профессионального развития
работников образования»**

«СОГЛАСОВАНО»

на заседании Учёного совета
от «17» июня 2024 г.

Протокол № 8

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор-директор
Института реализации
государственной политики и
профессионального развития
работников образования
Е.Ю. Малеванов
«17» июня 2024 г.



**Дополнительная профессиональная программа
(повышение квалификации)**

**Школа современного учителя: содержание и методика обучения
математике на углубленном уровне**

Автор разработчик:

Баракова Е.А., ФГАОУ ВО «Государственный университет просвещения».
Институт реализации государственной политики и профессионального
развития работников образования, канд. пед. наук

Раздел 1. Характеристика программы

1.1. Цель реализации программы: совершенствование профессиональных компетенций учителя математики в области обучения на углубленном уровне.

1.2. Планируемые результаты обучения

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение. Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)»	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	Особенности построения содержания и требований к результатам обучения углубленного уровня. Трудные темы нового предметного содержания. Подходы к формированию результатов обучения	Решать учебные задания по трудным темам предметного содержания углубленного уровня. Применять знания предметного содержания углубленного уровня для разработки учебных заданий

1.3. Форма обучения: заочная с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

1.4. Категория обучающихся: учителя математики.

1.5. Срок освоения программы: 42 ч.

Раздел 2. Содержание программы

2.1. Учебный (тематический) план

№ п/п	Название модулей (разделов) и тем	Всего часов	Виды учебных занятий, учебных работ		Формы контроля
			Лекции	Самост. работа	
I. Базовая часть					
1.	Модуль 1. Государственная политика в образовании	6	4	2	Тест
1.1.	Государственная политика в сфере общего образования Российской Федерации	1	1		
1.2.	Единое образовательное пространство обучения, воспитания и развития	1	1		
1.3.	Цифровая трансформация образования	2	1	1	
1.4.	Специальная военная операция: герои Отечества	2	1	1	
II. Предметно-методическая часть					
2.	Модуль 2. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне	36	14	22	Тест
2.1.	Федеральные рабочие программы по математике: содержание и требования к результатам обучения	4	2	2	
2.2.	Методы обучения решению уравнений повышенного уровня сложности	5	2	3	
2.3.	Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности	5	2	3	
2.4.	Методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности	6	3	3	
2.5.	Методика обучения решению задач с параметрами высокого уровня сложности на основе применения ключевых умений	6	3	3	

2.6.	Методические приемы обучения решению задач на вероятности сложных событий	5	2	3	
2.7.	Практикум	4		4	Практическая работа
3.	Итоговая аттестация	1		1	Зачет
	Итого:	42	18	24	

2.2. Рабочая программа

I. Базовая часть

Модуль 1. Государственная политика в образовании

1. Государственная политика в сфере общего образования Российской Федерации

Лекция – 1 ч. Образовательное законодательство Российской Федерации. Основные принципы государственной политики в сфере образования. Цели и ключевые задачи Российской Федерации в сфере образования. Национальный проект «Образование». О стратегии национальной безопасности Российской Федерации.

2. Единое образовательное пространство обучения, воспитания и развития

Лекция – 1 ч. Особенности обновленных ФГОС НОО, ФГОС ООО, ФГОС СОО. Комплексный формат представления требований к результатам освоения обучающимися образовательных программ. Федеральная основная образовательная программа (ФООП) - учебно-методическая документация. Работа по учебникам действующего ФПУ в соответствии с ФООП. Единые учебники. Воспитание личности как целевой ориентир ФГОС.

3. Цифровая трансформация образования

Лекция – 1 ч. Национальная цель «Цифровая трансформация». Суть цифровой трансформации образования. Технологическое обновление и новая дидактика образования, персонализация образовательного процесса на основе использования растущего потенциала цифровых технологий. ФГИС «Моя школа». Библиотека цифрового образовательного контента. Нормативное регулирование использования цифровых технологий в обучении и воспитании обучающихся. Коммуникационная платформа «Сферум».

Цифровые ресурсы ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России» (Федеральный реестр дополнительных профессиональных программ, сервисы и интерактивные тренажеры) для совершенствования профессиональных компетенций учителя и руководителя.

Самостоятельная работа – 1 ч. Изучение учебных материалов по теме.

4. Специальная военная операция: герои Отечества

Лекция – 1 ч. Причины, побудившие Россию начать специальную военную операцию (СВО). СВО и российское общество – сплоченность и единство. Новые регионы. Герои СВО – военные и гражданские.

Самостоятельная работа – 1 ч. Изучение учебных материалов по теме. Выполнение заданий промежуточной аттестации.

II. Предметно-методическая часть

Модуль 2. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне

2.1. Федеральные рабочие программы по математике: содержание и требования к результатам обучения

Лекция – 2 ч. Приоритетные цели обучения математике по ФГОС. Содержание и требования к результатам обучения федеральной рабочей программы СОО по математике. Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне. Основания отбора содержания учебного предмета «Математика» (углубленный уровень) к данному учебному курсу. Содержание федеральной рабочей программы по математике СОО на углубленном уровне в заданиях КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень).

Самостоятельная работа – 2 ч. Изучение учебных материалов. Решение тестовых заданий по материалам федеральной рабочей программы СОО по математике на углубленном уровне и КИМ ЕГЭ «Математика» (профильный уровень).

2.2. Методы обучения решению уравнений повышенного уровня сложности

Лекция – 2 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Уравнения и неравенства» 10 класс. Типы уравнений повышенного уровня сложности: рациональные (дробные рациональные), иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические, смешанного типа. Общий подход в обучении решению уравнений повышенного уровня сложности. Основные методы решения уравнений повышенного уровня сложности. Методика обучения решению систем линейных уравнений матричным методом. Критерии оценивания заданий на решение уравнений и отбор корней на указанном промежутке на ЕГЭ по математике.

Самостоятельная работа – 3 ч. Изучение учебных материалов. Решение уравнений и оценивание решений уравнений в соответствии с критериями.

2.3. Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности

Лекция – 2 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Уравнения и неравенства» 11 класс. Методика обучения решению неравенств повышенного уровня сложности: алгоритм действий учителя и обучающихся, методы решения неравенств, исследование особенностей решения неравенств повышенного уровня сложности: иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических, смешанного типа. Критерии оценивания выполнения задания на решение неравенства на ЕГЭ по математике.

Самостоятельная работа – 3 ч. Изучение учебных материалов. Решение неравенств и оценивание решения неравенств в соответствии с критериями.

2.4. Методические подходы в обучении решению геометрических задач повышенного уровня сложности

Лекция – 3 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения учебного курса «Геометрия» 10-11 классы. Общий подход к решению геометрических задач: выделение группы умений.

Стереометрия. Подходы в обучении решению стереометрических задач повышенного уровня сложности на доказательство и вычисления: традиционный, переход от стереометрического решения к планиметрическому, метод координат в пространстве. Критерии оценивания решения стереометрических задач на ЕГЭ по математике. *Планиметрия.* Подходы в обучении решению планиметрических задач: композиция геометрических фигур, дополнительное построение, обоснование применения формул, вычислительных действий. Критерии оценивания решения планиметрических задач на ЕГЭ по математике.

Самостоятельная работа – 3 ч. Изучение учебных материалов. Решение геометрических задач и оценивание решений задач в соответствии с критериями.

2.5. Методика обучения решению задач с параметрами высокого уровня сложности на основе применения ключевых умений

Лекция – 3 ч. Требования ФРП «Математика» (углубленный уровень) к предметным результатам освоения темы «Задачи с параметрами» 11 класс. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Методика обучения решению задач с параметрами: исследование условия и определение идеи решения, выбор метода решения, выделение ключевых умений, решение задачи и анализ результата. Методы решения задач с параметрами: графический, аналитический, исследование функций методами математического анализа. Критерии оценивания выполнения задач с параметром на ЕГЭ по математике.

Самостоятельная работа – 3 ч. Изучение учебных материалов. Решение задач с параметрами и оценивание решений в соответствии с критериями.

2.6. Методические приемы обучения решению задач на вероятности сложных событий

Лекция – 2 ч. ФРП «Математика» (углубленный уровень) учебного курса «Вероятность и статистика» 10-11 классы на углубленном уровне: содержание и предметные результаты, проверяемые на ЕГЭ по математике профильного уровня. Методические приемы обучения решению задач на «Случайные события», «Оценивание изменения вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте», «Сложные события»: применение в решении задач на вероятности сложных событий теорем о вероятностях событий и формул: полной вероятности, Байеса, Бернулли, Пуассона, комбинаторики.

Самостоятельная работа – 3 ч. Изучение учебных материалов. Решение задач на вероятности сложных событий.

2.7. Практикум

Самостоятельная работа – 4 ч.

Практическая работа № 1. Решение учебных заданий по трудным темам нового предметного содержания углубленного уровня.

Практическая работа № 2. Разработка учебных заданий на основании предметного содержания углубленного уровня.

3. Итоговая аттестация

Итоговая аттестация проводится в форме зачета. Зачет выставляется на основании успешно выполненных теста промежуточной аттестации, практикума, итогового тестирования.

Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы

Промежуточный контроль осуществляется в форме тестирования. Текущий контроль предусматривает выполнение практических работ.

Тестирование по модулю «Государственная политика в образовании»

Тест включает не менее 10 заданий с автоматической проверкой. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий теста

1. Возможно ли использование урока Библиотеки цифрового образовательного контента (Библиотека ЦОК) не целиком?

1. Урок – это неделимая сущность Библиотеки ЦОК. Использовать урок возможно только целиком, в противном случае нарушается целостность образовательной логики.

2. Урок состоит из электронных образовательных материалов (ЭОМ). ЭОМ возможно использовать на свое усмотрение – включать все составляющие в ход урока или брать только необходимые электронные образовательные материалы для достижения учебной цели урока.

3. Урок Библиотеки ЦОК можно использовать только в том случае, если предполагается задействовать не менее половины предусмотренных в нем электронных образовательных материалов (ЭОМ), т.к. в противном случае не будет раскрыто содержание урока.

4. Ни один из ответов не является верным.

2. ФОП включают учебно-методическую документацию (выберите все верные ответы):

1. Федеральный учебный план
2. Федеральный календарный учебный график
3. Федеральные рабочие программы учебных предметов
4. Федеральную программу дошкольного образования
5. Федеральную рабочую программу воспитания
6. Федеральный календарный план воспитательной работы

Промежуточный контроль

Тестирование по модулю «Особенности содержания и методики обучения математике на углубленном уровне» включает не менее 10 заданий с автоматической проверкой. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий. Количество попыток – 3.

Примеры заданий теста.

1) Каким содержанием обновлен учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» 10 класс?

- ☐ теорема Безу
- ☐ матрица системы линейных уравнений, определитель матрицы 2×2
- ☐ бином Ньютона
- ☐ арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числового аргумента

2) Решите уравнение: $\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}} = 4$

В ответе укажите количество целых решений уравнения, принадлежащих отрезку $[2\sqrt{3} + 1; 10]$.

- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 4
- ☐ 7

3) Изучите критерии оценивания задания и поставьте балл за представленное

решение. «Решите уравнение: $\sqrt{x + 4\sqrt{x - 4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x - 4}} = 4$;

В ответе укажите количество целых решений уравнения, принадлежащих отрезку $[2\sqrt{3} + 1; 10]$ ».

Решение

1. Возведем обе части уравнения в квадрат и выполним преобразования:

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}} \right)^2 &= 16; \\ x + 4\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} \cdot \sqrt{x - 4\sqrt{x-4}} + x - 4\sqrt{x-4} &= 16; \\ \sqrt{(x + 4\sqrt{x-4}) \cdot (x - 4\sqrt{x-4})} &= 8; \\ x^2 - 16(x - 4) &= (8 - x)^2; \\ x^2 - 16x + 64 &= 64 - 16x + x^2, \Rightarrow x - \text{любое число,} \\ \text{а, значит, целые решения на отрезке } [2\sqrt{3} + 1; 10] \\ \text{это } x &= 5; 6; 7; 8; 9; 10. \text{ Всего: 6.} \end{aligned}$$

Ответ: 6.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах.	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а), ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения пункта а) и пункта б).	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше.	0

Максимальный балл: 2.

Выберите один верный ответ.

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2

Текущий контроль

Практическая работа № 1. Решение учебных заданий по трудным темам нового предметного содержания углубленного уровня.

Практическая работа включает не менее 10 заданий с автоматической проверкой по трудным темам нового предметного содержания углубленного уровня. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий.

1) Решите задачу:

«Прямоугольник и цилиндр расположены таким образом, что АВ – диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания

и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом в 60° . Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен $\sqrt{2}$ »

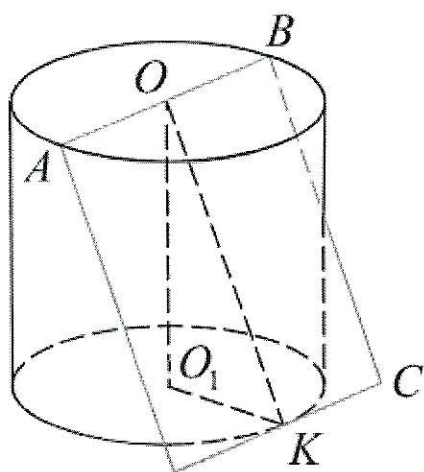
Укажите один верный ответ.

- ☐ 0,2
- ☐ 0,8
- ☐ 0,25
- ☐ 0,75.

2) Изучите решение задачи на доказательство. Поставьте 1 балл за решение задачи, если доказательство верное (обоснованное) или 0 баллов, если доказательство неверное (недостаточно обоснованное).

«Прямоугольник и цилиндр расположены таким образом, что AB – диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом в 60° . Докажите, что $ABCD$ – квадрат».

Решение



Пусть сторона CD прямоугольника касается окружности нижнего основания в точке K , O_1 – центр нижнего основания, а O – центр верхнего. Тогда O_1O – перпендикуляр к плоскости основания, отрезок O_1K перпендикулярен отрезку CD . Поэтому K – середина CD . Тогда упомянутый угол наклона – угол $\angle OKO_1 = 60^\circ$ и $\cos \angle OKO_1 = \frac{O_1K}{OK} = \frac{r}{OK}$, где r – радиус цилиндра.

При этом, $\cos \angle OKO_1 = \frac{1}{2}$, поэтому $OK = AD =$

$AB = \frac{1}{2} \cdot 2r$, значит, $ABCD$ – квадрат. Доказано.

Выберите верный ответ:

- ☐ 0
- ☐ 1

Комментарий: недостаточно обосновано утверждение « K – середина CD ».

Практическая работа № 2. Разработка учебных заданий на основании предметного содержания углубленного уровня.

Требования к учебным заданиям.

Разработать по два задания/вопроса к каждому информационному блоку.

Пример задания.

1. Информационный блок:

«Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень дается не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым выстрелом равна 0,5».

Задание № 1	Задание № 2
Введите текст задания/вопроса к информационному блоку:	Введите текст задания/вопроса к информационному блоку:
Приведите ответ:	Приведите ответ:
Приведите критерии оценивания:	Приведите критерии оценивания:
В каком классе и в какой теме может быть использовано это задание/вопрос?	В каком классе и в какой теме может быть использовано это задание/вопрос?
На какие предметные результаты обучения, согласно ФРП, направлено задание?	На какие предметные результаты обучения, согласно ФРП, направлено задание?
На какие метапредметные результаты обучения, согласно ФРП, направлено задание?	На какие метапредметные результаты обучения, согласно ФРП, направлено задание?

Итоговая аттестация проводится в форме зачета.

Итоговое тестирование.

Итоговое тестирование включает 15 заданий с автоматической проверкой. Количество попыток – три. Тест считается успешно пройденным при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Примеры заданий итогового тестирования

1. Выберите верные утверждения:

- ☐ учитель вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему;
- ☐ учитель должен строго придерживаться распределения учебных часов, отведенных в федеральной рабочей программе на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся;

○ количество проверочных работ и их тип устанавливает администрация образовательного учреждения;

○ учитель вправе локально перераспределить и переставить элементы содержания внутри класса, в котором работает.

2. Решите задачу

«Точки М и N расположены соответственно на сторонах АВ и АС треугольника АВС, причем $AM : MB = 1 : 2$, $AN : NC = 3 : 2$. Прямая MN пересекает продолжение стороны ВС в точке F. Найдите $CF : BC$. В ответе укажите, во сколько раз отрезок ВС больше, чем CF».

○ 0,5

○ 2

○ 3

○ 2,5

3. Изучите решение задачи с параметром и критерии оценивания. Поставьте свою оценку.

«Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|3x| - 2x - 2 - a}{x^2 - 2x - a} = 0 \text{ имеет ровно два различных корня.}$$

Ответ: $-2 < a < -1$; $-1 < a < 0$; $0 < a < 3$; $3 < a < 8$; $a > 8$ »

Решение

и 18.

$$\frac{13x+1-2x-2-a}{x^2-2x-a}=0. \text{ Если знаменатель}$$

не равен нулю, то на

него можно сократить.

$$13x+1-2x-2-a=0$$

Возведём уравнение в квадрат.

$$(13x+1)^2=(2x+2+a)^2$$

$$5x^2+x(-8-4a)-4a^2-a^2-4=0$$

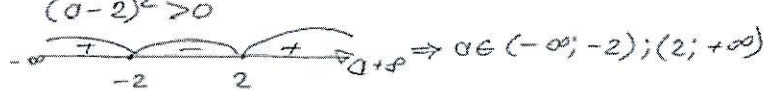
$$D=(-8-4a)^2-4 \cdot 5 \cdot (-a^2-4a+4)=a^2+4a+4.$$

Чтобы уравнение имело 2 решения D

должен быть >0

$$a^2+4a+4>0$$

$$(a+2)^2>0$$



$a \in (-\infty; -2); (2; +\infty).$

$a \notin$ Теперь разберёмся с ОДЗ.

$x^2-2x-a \neq 0 \Rightarrow$ Как не подходит вариан-

тов, когда $x^2-2x-a=0$ (если $x^2-2x-a=0$

уравнение имеет менее одного корня)

$$D=4+4a.$$

$$x_{1,2}=\frac{2 \pm \sqrt{4+4a}}{2}=1 \pm \sqrt{1+a}.$$

Если $a \in (-\infty; -2)$, то $x^2-2x-a \neq 0$

Если $a \in (2; +\infty)$, то $x^2-2x-a=0 \Rightarrow$

$a \in (2; +\infty)$ не подходит.

Ответ: $a \in (-\infty; -2).$

- 4
- 3
- 2
- 1
- 0

Комментарий.

Неверно решено
уравнение, содержащее
знак модуля.
Неверная логика
исследования количества
корней.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением точки $a = -2$	3
Верно рассмотрен хотя бы один из случаев решения, и получено или множество значений a , отличающееся от искомого только включением точек $a = 8$, $a = 3$ и / или $a = -2$, или множество значений a , отличающееся от искомого только включением точек $a = 0$, $a = -1$ и / или $a = -2$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и лучей (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы

4.1. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

Литература:

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы (базовый и углубленный уровни) / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин. М.: Просвещение, 2023. - 464 с.

2. Геометрия, 10-11 классы (базовый и углубленный уровни) / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, Л.С. Киселёва. М.: Просвещение, 2023. - 288 с.

3. Методика обучения математике в средней школе: учебное пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. М.: Просвещение, 2002. - 224с.

4. Теория и практика метапредметного образования: поиски решения проблем / С.Г. Воровщиков, В.А. Гольдберг, С.С. Виноградова, Д.В. Татьянченко и др. М.: 5 за знания, 2018. - 364 с.

5. Теория вероятностей и статистика. Экспериментальное учебное пособие для 10 и 11 классов / Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В., М.: МЦНМО, 2014.

Интернет-ссылки

1. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»:

http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/

2. Рабочие программы: https://edsoo.ru/Primernie_rabochie_progra.htm

3. Виртуальные лабораторные работы: <https://content.edsoo.ru/lab/>

4. Тематический классификатор содержания образования: https://edsoo.ru/Tematicheskij_klassifikat.htm

5. Открытый банк заданий ЕГЭ ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>

4.2. Материально-технические условия реализации программы

Компьютерное оборудование; видео- и аудиовизуальные средства обучения. Наличие доступа слушателей к информационно-телекоммуникационной сети Интернет, оснащение компьютерным оборудованием: веб-камерой, микрофоном, аудиокolonками и (или) наушниками.

Функционирующий единый федеральный портал дополнительного профессионального педагогического образования: <https://dppo.apkpro.ru/>.